OPERACIONES CON POTENCIAS

Una potencia es un producto de factores iguales. Está formada por la base y el exponente.

Exponente

$3 . 3 . 3 . 3 = 3^4$

Base

Se puede leer:

tres elevado a cuatro o bien **tres elevado a la cuarta**

El factor que se repite se llama **base**. El número de veces que se repite el factor, o sea la base, se llama **exponente**. Esto significa que si se tiene la potencia 2^6 (dos elevado a seis o a la sexta), la base será 2 y el exponente 6, lo cual dará como resultado 64 porque el 2 se multiplica por si mismo 6 veces ($2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 64$).

Ejemplos:

$2^5 = 2 \bullet 2 \bullet 2 \bullet 2 \bullet 2 = 32$ El exponente es 5, esto significa que la base, el 2, se debe multiplicar por sí misma cinco veces.

$3^2 = 3 \bullet 3 = 9$ El exponente es 2, esto significa que la base (3) se debe multiplicar por sí misma dos veces.

$5^4 = 5 \bullet 5 \bullet 5 \bullet 5 = 625$ El exponente es 4, esto significa que la base (5) se debe multiplicar por sí misma cuatro veces.

Una potencia puede representarse en forma general como:

$$a^n = a \bullet a \bullet a \bullet \ldots\ldots$$

Donde: a = base n = exponente " n" factores iguales

Finalmente, recuerda que una de las aplicaciones de las potencias es la descomposición factorial de un número.

Potencia de base entera y exponente natural

Si la base a pertenece al conjunto de los Números Enteros ($a \in Z$) (léase **a pertenece a zeta**) significa que puede tomar valorespositivos y negativos. Si el exponente pertenece al conjunto de los Números Naturales, significa que puede tomar valores del uno en adelante (1, 2, 3, ...).

Potencia de base entera positiva:

Si la base a es positiva, la potencia siempre será un entero positivo, independiente de los valores que tome el exponente, es decir, de que sea par o impar.

$$(^+a)^n = {}^+a^n$$

Ejemplos:

$(^+4)^3 = 4^3 = 4 \bullet 4 \bullet 4 = 64 = {}^+64$ Exponente impar

$(^+3)^4 = 3^4 = 3 \bullet 3 \bullet 3 \bullet 3 = 81 = {}^+81$ Exponente par

Potencia de base entera negativa:

Si la base a es negativa el signo de la potencia **dependerá** de si el exponente es par o impar.

a) **Si el exponente es par, la potencia es positiva.**

$$(-a)^{n\ (par)} = {}^{+}a^{n}$$

Ejemplos:

$(-5)^{2} = -5 \cdot -5 = +25 = 25$ $\qquad - \cdot - = +$

$(-2)^{8} = -2 \cdot -2 \cdot -2 \cdot -2 \cdot -2 \cdot -2 \cdot -2 \cdot -2 = {}^{+}256 = 256$

b) **Si el exponente es impar, la potencia es negativa.**

$$(-a)^{n\ (impar)} = -a^{n}$$

Ejemplos:

$(-2)^{3} = -2 \cdot -2 \cdot -2 = -8$

$(-3)^{3} = -3 \cdot -3 \cdot -3 = -27$

En resumen:

Base	Expo-nente	Potencia
Positiva	Par	Positiva
Positiva	Impar	Positiva
Negativa	Par	Positiva
Negativa	Impar	Negativa

Multiplicación de potencias de igual base

Para multiplicar potencias de igual base, se suman los exponentes y se mantiene la base.

$$a^{m} \cdot a^{n} = a^{m+n}$$

Ejemplos:

1) $2^{3} \cdot 2^{2} = 2^{3+2} = 2^{5}$

2) $3^{4} \cdot 3^{6} = 3^{4+6} = 3^{10}$

3) $(-4)^{1} \cdot (-4)^{2} = (-4)^{1+2} = (-4)^{3}$

División de potencias de igual base

Para dividir potencias de igual base, se restan los exponentes y se conserva la base.

$$a^{m} \div a^{n} = a^{m-n}$$

Ejemplos:

1) $2^{5} \div 2^{4} = \dfrac{2^{5}}{2^{4}} = 2^{5-4} = 2^{1} = 2$

2) $3^{5} \div 3^{2} = \dfrac{3^{5}}{3^{2}} = 3^{5-2} = 3^{3} = 27$

3) $5^{12} \div 5^{10} = \frac{5^{12}}{5^{10}} = 5^{12-10} = 5^{2} = 25$

Multiplicación de potencias de igual exponente

Se multiplican las bases y se conserva el exponente.

$$\boxed{a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m}$$

Ejemplo:

$3^4 \cdot 4^4 = (3 \cdot 4)^4 = 12^4$

División de potencias de igual exponente

Se dividen las bases y se conserva el exponente

$$\boxed{\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m}$$

Ejemplo:

$\frac{24^5}{6^5} = \left(\frac{24}{6}\right)^5 = 4^5$

Potencia elevada a potencia

Se eleva la base al producto (multiplicación) de los exponentes; o sea, se conserva la base y se multiplican los exponentes.

$$\boxed{(a^m)^n = a^{m \cdot n}}$$

Ejemplos:

1) $(2^3)^2 = 2^{3 \cdot 2} = 2^6$

2) $(3^2)^2 = 3^{2 \cdot 2} = 3^4$

Potencia de base racional y exponente entero

Sea la base $\frac{a}{b}$ (fracción) perteneciente al conjunto de los Números Racionales ($\frac{a}{b} \in$ Q), donde a es el numerador y b el denominador distinto de cero, y el exponente pertenece a los números enteros (n $\in$ Z). Para elevar una fracción a potencia se elevan por separado numerador y denominador.

$$\boxed{\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}}$$

Ejemplos:

1) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2^2}{3^2} = \frac{4}{9}$

2) $\left(\frac{-2}{5}\right)^2 = \frac{(-2)^2}{5^2} = \frac{4}{25}$

3) $\left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1^3}{3^3} = \frac{1}{27}$

Potencia de exponente negativo

Si $\frac{a}{b}$ es un número racional y – n un número entero, entonces se tiene,

$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^{n} = \frac{b^n}{a^n}$	Si el exponente es negativo el numerador se invierte con el denominador, y el exponente cambia de signo.

Ejemplos:

1) $\left(\frac{2}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{2}\right)^{2} = \frac{5^2}{2^2} = \frac{25}{4}$

2) $\left(\frac{3}{2}\right)^{-1} = \left(\frac{2}{3}\right)^{1} = \frac{2}{3}$

3) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} = \left(\frac{4}{3}\right)^{2} = \frac{4^2}{3^2} = \frac{16}{9}$

EJERCICIOS CON POTENCIAS

1) Escribe el valor de cada potencia:

3^3 = 10^3 =

7^2 = 5^2 =

8^4 = 6^4 =

10^5 = 3^2 =

2^6 = 10^1=

Toda potencia elevada a cero es igual a 1 $a^0 = 1$

2) Completa la siguiente tabla:

Potencia	Base	Exponente	Desarrollo	Valor
10^4	10	4	10 ·10 ·10 ·10	10.000
2^6				
9^2				
5^3				
2^5				

3) Completa siguiendo las instrucciones de la tabla:

Nombre	**Potencia**
Seis elevado a la cuarta	

Tres elevado al cubo	
Ocho elevado a la quinta	
Nueve elevado al cuadrado	
Diez elevado a doce	
Cinco elevado a la séptima	
Dos elevado a la sexta	

Potencia	Nombre
2^7	
3^4	
5^2	
8^5	
10^3	
7^6	
9^8	

Calcular:

1) $2^3 + 5^2 =$

2) $(-3)^3 =$

3) $\left(\frac{5}{6}\right)^2 =$

4) $2^4 + 4^2 =$

5) $\left(-2^3\right)^2 =$

6) $(7+3)^3 =$

7) $(-2)^1 + (-2)^2 + (-2)^3 + (-2)^4 + (-2)^0 =$

8) $\left(5^2\right)^3 \cdot 5^0 =$

9) $\left[\left(\frac{2}{3}\right)^2\right]^3 =$

10) $2^1 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} =$

Respuestas:

1) 33 **2)** – 27 **3)** 25/36 **4)** 32 **5)** 64 **6)** 1000

7) 11 **8)** 15625 **9)** 64/729 **10)** 4

MÁS EJERCICIOS

$(3 \cdot 5)^2$ = R. 225

$(3 \cdot 5 \cdot 6)^3$ = R. 72.900

$(1/4 \cdot 4 \cdot ½ \cdot 6)^4$ = R. 81

$(1/2)^2$ = R. ¼

$(5/7)^2$ = R. 25/49

$(2/5)^4$ = R. 16/625

$(1/3)^6$ = R. 1/729

$(2\ 1/3)^3$ = R. 12 19/27

$(1 + 2)^2$ = R. 9

$(12 + 15)^2$ = R. 729

$(1/2 + 1/3)^2$ = R. 25/36

$(5 + 1/5)^2$ = R. 27 1/25

$(1/3 - ¼)^2$ = R. 1/144

$(1/4 - 1/8)^2$ = R. 1/64

$(3/5 - 1/10)^2$ = R. ¼

Ejercicios de aplicación de exponentes.

$$\frac{(a^4)(a^3)}{a} = \frac{a^{4+3}}{a} = \frac{a^7}{a} = a^{7-1} = a^6$$

$$\frac{(5^4)(5)}{5} = \frac{5^{4+1}}{5} = \frac{5^5}{5} = 5^{5-1} = 5^4 = 625$$

$$\frac{(a^4)(a^3)}{a^4} = \frac{a^{4+3}}{a} = \frac{a^7}{a^4} = a^{7-4} = a^3$$

$$\frac{(a^4)(a^5)}{(a^4)(a^2)} = \frac{a^9}{a^6} = a^{9-6} = a^3$$

$$\frac{(5^4)(5^2)}{(5^4)(5)} = \frac{5^6}{5^5} = 5^1 = 5$$

$$\frac{(9^2)(9^4)}{(9^3)} = \frac{9^6}{9^3} = 9^{6-3} = 9^3 = 729$$

$$\frac{(13^2)(13^4)}{(13^6)} = \frac{13^6}{13^6} = 13^0 = 1$$